

अध्ययन संस्थेचे उपक्रम

ज्ञान एखाद्याच्या डोक्यात ओतता येत नाही. परिसराचा अनुभव घेत व परिसराशी प्रयोग करत आपल्या डोक्यात ज्ञान साकारत असते.

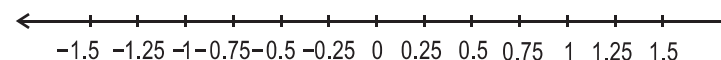
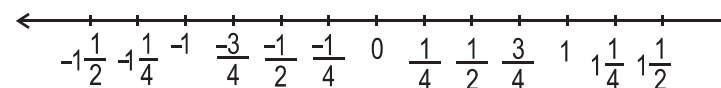
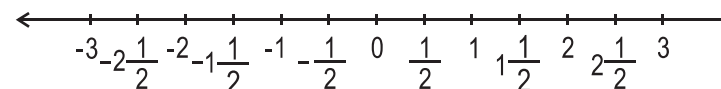
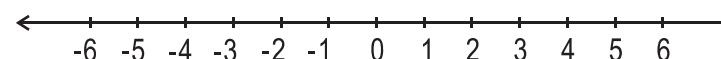
शिक्षण शास्त्रातील या मूलभूत तत्वावर अध्ययन संस्थेचे शालेय पातळीवरील सर्व उपक्रम चालतात.

- ▶▶ **डिस्कव्हर :** हा शाळांसाठी विकसित केलेला **सर्वांगीण शैक्षणिक गुणवत्ता विकास उपक्रम** आहे. या उपक्रमात प्रामुख्याने विज्ञान, गणित, भूगोल या विषयांच्या ज्ञानाबरोबरच त्या विषयाची कार्यपद्धती, कौशल्य, बोधात्मकता आणि उपयोजन यावर भर असतो. यासाठी शिक्षकांना आधारभूत ठरतील असे उपक्रम घेतले जातात. एखाद्या परिसरातील शाळांच्या समूहाबरोबर हा उपक्रम 3 वर्षांसाठी घेतला जातो.
- ▶▶ **शिक्षक प्रशिक्षण :** संस्थेतर्फे शाळेच्या प्रत्येक स्तरावर शिक्षकांसाठी विज्ञान, गणित, भूगोल, बहिःशाल उपक्रम या संदर्भात प्रशिक्षण वर्ग घेण्यात येतात. मराठी शाळांमध्ये इंग्लिश भाषेचे प्रशिक्षण तसेच सेमी इंग्लिश वर्गांसाठी प्रशिक्षण वर्ग घेण्यात येतात.
- ▶▶ **बी.एड. व डी.एड. (भावी शिक्षक) प्रशिक्षण :** बी.एड. महाविद्यालयात विज्ञान, गणित व भूगोल विषयांची कृतिसत्रे तर डी.एड. महाविद्यालयात सर्व विषयांची कृतिसत्रे अध्ययन संस्थेतर्फे घेतली जातात.
- ▶▶ **मुलांसाठी :** विज्ञान व गणित विषयक कृतिसत्रे, खगोलशास्त्र व आकाश-दर्शन शिबिरे, पर्यावरण शिबिरे.

प्राथमिक गणित
आकलन व कौशल्य मालिका

संख्यारेषा (चिन्ह संकेत व अपूर्णांक)

सारिका परब
सविता आयर्रे



अध्ययन प्रकाशन

संख्यारेषा
(चिन्हसंकेत व अपूर्णांक)

सारिका परब
सविता आयरि

अध्ययन - प्रकाशन
मुंबई

►► संख्यारेषा (चिन्हसंकेत आणि अपूर्णांक)

सारिका परब
सविता आयर

►► या पुस्तकातील सर्व मजकूर व कल्पनांचे सर्व हक्क विद्यार्थी व शिक्षकांचे आहेत.

►► पुस्तकातील मजकूर किंवा कल्पना यांचा छापिल, इलेक्ट्रॉनिक किंवा इतर कोणत्याही स्वरूपात वापर करणार असल्यास त्याबद्दल **अध्ययन** संस्थेला कळवावे, ही विनंती.

►► प्रकाशक : श्री. राजीव वर्तक

अध्ययन प्रकाशन

12-ओक शेड,

देवनार बाग, मुंबई - 400 088.

►► e-mail: adhyayane@gmail.com

►► मुद्रक : किशोर प्रिंटस्

►► किंमत: रु.40/-

►► प्रकाशन: नोव्हेंबर 2012

►► सदर पुस्तकाच्या छपाईसाठी श्री. नरेश मेहता यांनी आर्थिक साहाय्य केले आहे.

►► सततचे प्रोत्साहन, मार्गदर्शन आणि इतर साहाय्य यासाठी अध्ययन संस्था केअरिंग फ्रेंड्स या अनौपचारिक गटाची आभारी आहे.

प्रस्तावना

धन आणि ऋण या संकल्पना विज्ञान आणि गणिताच्या प्रगतीत अतिशय महत्त्वाच्या ठरल्या आहेत. गणितातील उच्च प्राथमिक (इ. 5 वी ते 8 वी) इयत्तांत चिन्हांच्या योग्य वापराविषयी आकलन पक्के झाल्यास माध्यमिक गणिताचा आनंद मिळविता येतो. चिन्हांचे योग्य आकलन, चिन्हांवरील क्रिया, त्यांचा योग्य वापर यांच्याशिवाय गणिताचे आकलन अपूर्ण राहते. अनेक विद्यार्थ्यांमध्ये चिन्हांचा गोंधळ आढळतो. संख्यारेषा आणि रोजच्या जीवनातील उदाहरणे यांच्या साहाय्याने चिन्हांचा अर्थ व त्यांचा वापर कसा करावा हे या पुस्तिकेत दाखविले आहे. संख्यारेषा हे मानवाला लाभलेले एक सुंदर वैचारिक साधन आहे. आपली सर्जनता मुक्त केली की, संख्यारेषेतून अनेक नव्या गोष्टी पुढे येऊ लागतात. आपले गणिती आकलन वाढू लागते. संख्यारेषा एक छान खेळ बनतो.

‘संख्यारेषा - चिन्हसंकेत आणि अपूर्णांक’ या पुस्तिकेत चिन्ह संकेताबरोबरच अपूर्णांक, अपूर्णांकांची बेरीज, अपूर्णांकांची वजाबाकी, त्यांचा गुणाकार, भागाकारही दाखवला आहे.

संख्यारेषेचा वापर हा चिन्ह संबोधासाठी करता येतो तसेच अपूर्णांक समजल्यानंतर तो अपूर्णांक आणि त्यावरील प्रक्रिया देखील दाखविता येतात. इथे संख्यारेषा अपूर्णांकांच्या आकलनाचा नवा आयाम देते.

उच्च प्राथमिक इयत्तांत या पुस्तिकेतील प्रक्रियांचा आपल्या अध्यापन प्रक्रियेत वापर केल्यास निश्चितच फायदा होतो. या प्रक्रियेमुळे माध्यमिक गणिताचे अध्ययन वेगाने होण्यास मदत होते.

पुस्तक वापरून आपला अनुभव जरूर कळवावा.

- श्री. राजीव वर्तक

भारतीय गणित वर्ष 2012 च्या निमित्ताने गणित आकलन व उपयोजन मालिकेतील ही पुस्तके प्राथमिक व उच्च प्राथमिक इयत्तांत गणित शिकविणाऱ्या शिक्षकांसाठी प्रकाशित केली आहेत.

गणित आकलन व उपयोजन मालिकेतील पुस्तके :

1. अपूर्णांक - बेरीज व वजाबाकी
2. संख्यारेषा - चिन्हसंकेत व अपूर्णांक
3. समीकरण - एकरेषीय व एकचल

मालिकेतील आगामी प्रकाशने

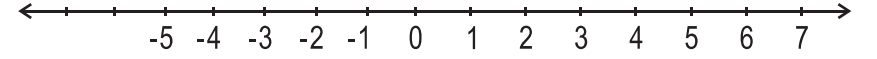
1. अपूर्णांक : गुणाकार - भागाकार
2. अवयव - ल.सा.वि - म.सा.वि., विभाज्यता
3. शेकडेवारी
4. एकरेषीय - द्विचल समीकरणे

संख्यारेषेच्या साहाय्याने बेरीज, वजाबाकी व चिन्ह संकेत

- 1) माझ्याकडे 3 पुस्तके होती. आणखी 4 विकत घेतली. म्हणजे माझ्याकडे आता किती पुस्तके झाली ?

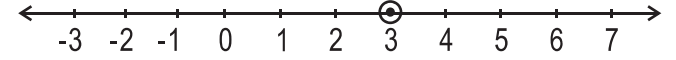
$$3 + 4 = ?$$

संख्यारेषेच्या साहाय्याने आपण बेरीज करूया.

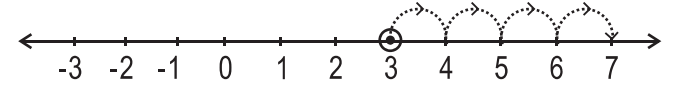


नियम 1 : धन म्हणजे मिळविणे. म्हणजे असलेल्या स्थानापासून उजवीकडे जाणे.

आपण 3 वर खूण करूया.



(3 + 4) म्हणजे 4 घरे उजवीकडे जावे.



म्हणजे आपण 7 वर पोहोचलो.

$$\therefore 3 + 4 = 7$$

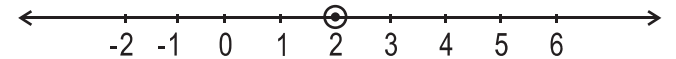
माझ्याकडे 3 पुस्तके होती. आणखी 4 विकत घेतली. म्हणजे माझ्याकडे आता 7 पुस्तके झाली.

आणखी एक उदाहरण पाहूया.

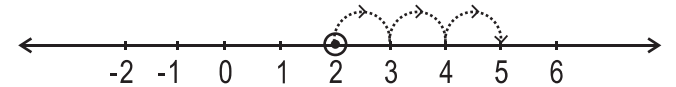
- 2) रमाकडे 2 आंबे आहेत. आईने तिला आणखी 3 आंबे दिले. आता रमाकडे किती आंबे आहेत ?

$$2 + 3 = ?$$

आपण 2 वर खूण करूया.



(2 + 3) म्हणजे 3 घरे उजवीकडे जाणे

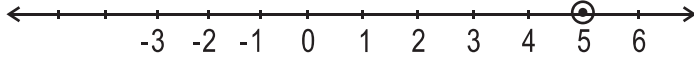


म्हणजे आपण 5 वर पोहोचलो. $\therefore 2 + 3 = 5$

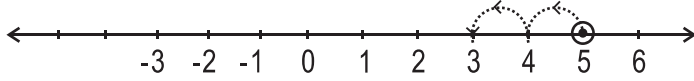
नियम 2 : ऋण म्हणजे गमावणे म्हणजे असलेल्या स्थानापासून डावीकडे जाणे.

1) $5 - 2 = ?$

आपण 5 वर खूण करूया.



(5 - 2) म्हणजे 2 घरे डावीकडे जावे.

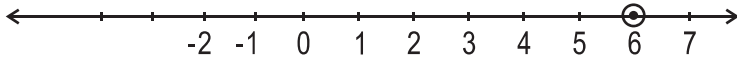


म्हणजे आपण 3 वर पोहोचलो.

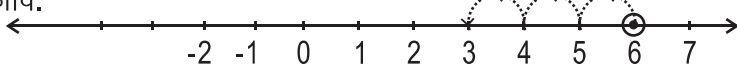
$\therefore 5 - 2 = 3$

2) माझ्याकडे 6 रु. आहेत. त्यापैकी 3 रु. आईला दिले. आता माझ्याकडे किती रुपये राहिले ?

माझ्याकडे 6 रु. आहेत. म्हणून 6 वर खूण करूया.



3 रु. आईला दिले. म्हणजे वजाबाकी करावी लागेल. म्हणून 3 घरे डावीकडे जावे.

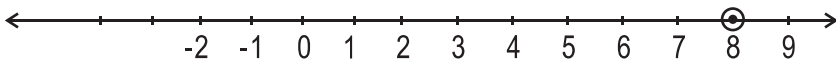


$\therefore 6 - 3 = 3$

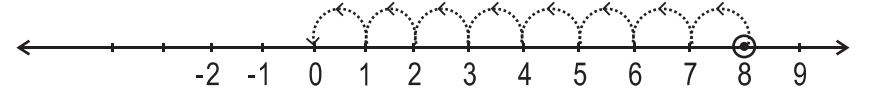
आणखी एक उदाहरण पाहूया.

3) मनूकडे 8 लाडू होते. ते सर्व लाडू तिने मैत्रिणींना वाटले. तर तिच्याजवळ किती लाडू राहिले ?

मनूकडे 8 लाडू होते. म्हणून 8 वर खूण करावी.



हे सर्व 8 लाडू वाटले. म्हणजे वजाबाकी करावी लागेल. म्हणून 8 घरे डावीकडे जावे.

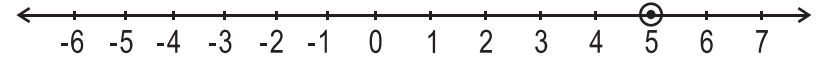


$\therefore 8 - 8 = 0$

मनूकडे शून्य लाडू उरले. म्हणजे काहीच शिल्लक राहिले नाही.

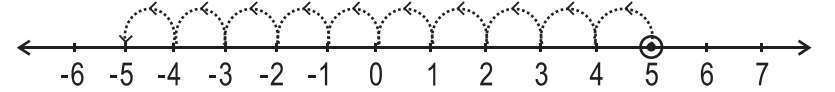
4) किरणकडून शाळेच्या प्रयोगशाळेतील काचेची बरणी फुटली. त्याला 10 रु. दंड भरावा लागला. परंतु किरणकडे 5 रु. होते. म्हणजे किरण किती रु. देणे आहे. ?

किरणकडे 5 रु. होते. म्हणून 5 वर खूण केली.



त्याला 10 रु. द्यावे आहेत. म्हणजे (5 - 10)

वजाबाकी असल्यामुळे 10 घरे डावीकडे जावे.

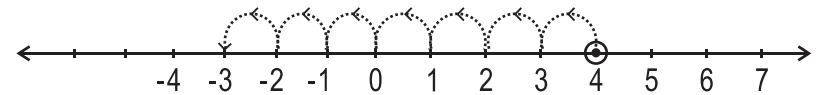


5 घरे डावीकडे आल्यावर किरणकडील 5 रु. संपले. पण 10 घरे डावीकडे गेल्यावर -5 वर पोहोचतो.

म्हणजे किरण 5 रु. देणे आहे. ते त्याच्याकडे नाहीत. म्हणजे -5 रु. आहेत.

5) $4 - 7 = ?$

4 वजा 7 आहेत. म्हणून 7 घरे डावीकडे जावे.

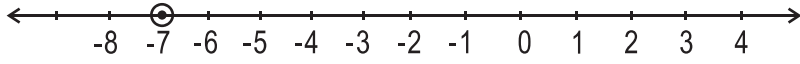


$\therefore 4 - 7 = -3$

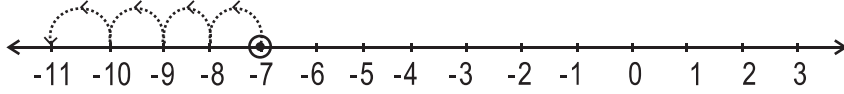
नियम : वजाबाकी करताना मोठया संख्येतून लहान संख्या वजा करून चिन्ह मोठया संख्येचे द्यावे.

6) $(-7 - 4) =$

-7 वर खूण करूया.



आता 4 वजा करायचे आहेत. म्हणजे 4 घरे डावीकडे जावे.



$\therefore (-7 - 4) = -11$

वरील उदाहरणावरून असे लक्षात येईल की,

- 1) **दोन्ही चिन्हे धन** असल्यास त्या संख्यांची **बेरीज** करावी व आलेल्या उत्तराला **धन चिन्ह** द्यावे.

उदा. $8 + 4 = 12$

$2 + 5 = 7$

- 2) **धन व ऋण चिन्ह** असल्यास संख्यांची **वजाबाकी** करावी व आलेल्या उत्तराला **मोठ्या संख्येचे चिन्ह** द्यावे.

उदा. $-5 + 2 = -3$

$-4 + 7 = +3$

$1 - 6 = -5$

- 3) **दोन्ही चिन्हे ऋण** असल्यास संख्यांची **बेरीज** करावी व आलेल्या उत्तराला **ऋण चिन्ह** द्यावे.

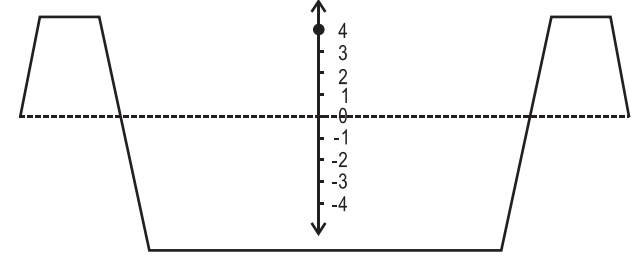
उदा. $-2 - 4 = -6$

$-1 - 2 = -3$

• • •

संख्यामधील लहान-मोठेपणा

- i) सोबतच्या आकृतीत पाण्याचा एक कृत्रिम साठा आहे. त्याचा काही भाग भू-पृष्ठाच्या पातळीखाली आहे. पाण्याचा साठा वाढविण्यासाठी त्याभोवती भिंत घातली म्हणजे साठवणीची जागा (घनफळ) वाढवता आली. भू-पृष्ठाच्या पातळीला शून्य मानले आहे. त्याच्यावरील सर्व संख्या धन आहेत तर भू-पृष्ठाखालील संख्या ऋण आहेत.



पाण्याची पातळी सर्वात जास्त म्हणजे +4 वर खूण आहे. समजा पातळी कमी होऊन ती +2 पर्यंत आली, म्हणजे +4 व +2 मध्ये +2 लहान आहेत.

पातळी आणखी कमी होऊन ती शून्यापर्यंत आली.

$+2 > 0$

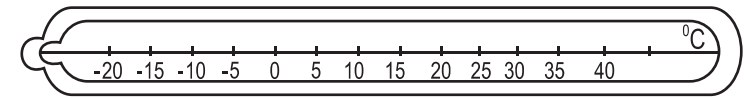
आता पातळी आणखी कमी म्हणजे -1 पर्यंत आली.

$0 > -1$

आता पातळी आणखी कमी झाली म्हणजे -3 पर्यंत गेली.

$-2 > -3$

- ii)



सोबतच्या तापमापीत सर्वात जास्त तापमान 40°C आहे. थोड्या वेळाने तापमान कमी होऊन 30°C झाले. म्हणजे $30 < 40$ म्हणजे 30 हे 40 पेक्षा लहान आहेत.

तापमान आणखी कमी होऊन 10°C पर्यंत आले.

$10^{\circ}\text{C} < 40^{\circ}\text{C}$

तापमान आणखी कमी होऊन ते शून्यापर्यंत आले.

$$0^{\circ}\text{C} < 10^{\circ}\text{C}$$

तापमान आणखी कमी होऊन -10°C झाले.

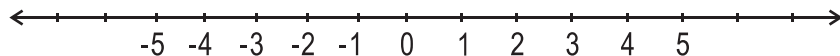
$$0^{\circ}\text{C} > -10^{\circ}\text{C}$$

तापमान आणखी कमी होऊन -20°C झाले.

$$-10^{\circ}\text{C} > -20^{\circ}\text{C}$$

यावरून असे लक्षात येते की, **संख्यारेषेवरील एखाद्या संख्येच्या उजवीकडे गेल्यास संख्या मोठी होत जाते तर डावीकडे गेल्यास संख्या लहान होत जाते.**

आणखी एका पध्दतीने समजून घेऊया.



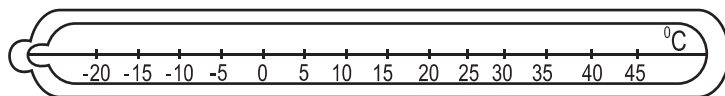
i) $-1 \square -2$

-1 हे -2 पेक्षा मोठे आहेत. शून्यावर येण्यासाठी -1 मध्ये 1 मिळवावा लागतो. तर -2 मध्ये 2 मिळवावे लागतात. म्हणजेच -1 हे -2 पेक्षा मोठे आहेत.

ii) $-4 \square +1$

-4 पासून शून्यावर येण्यासाठी 4 मिळवावे लागतात. तर $+1$ पासून शून्यावर येण्यासाठी 1 वजा करावा लागतो. त्यामुळे 1 ही संख्या -4 पेक्षा मोठी आहे.

I) तापमापी (तापमान अंश सेल्सिअसमध्ये) पाहून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

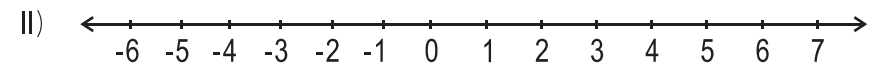


1) मुंबईचे तापमान 30°C व दिल्लीचे 10°C आहे. तर दोन्ही शहरांच्या तापमानात किती अंश सेल्सिअसचा फरक आहे ?

2) पाण्याचे सुरुवातीचे तापमान 10°C होते. थोड्या वेळाने ते 15°C ने कमी झाले तर नंतरचे तापमान किती असेल ?

3) 'A' द्रवाचे तापमान -5°C आहे. 10°C ने त्याचे तापमान वाढविले तर 'A' द्रवाचे तापमान किती होईल ?

4) तापमापी पाण्यात ठेवली असता तापमान 20°C दर्शविले. परंतु 10 मिनिटांनंतर ते आणखी 20°C ने कमी झाले. तर तापमान किती होईल ?



अ) शून्यापेक्षा 2 ने मोठी संख्या =

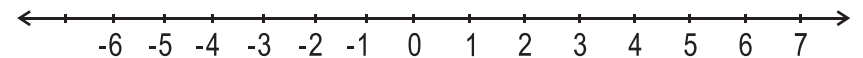
या संख्येची विरुद्ध संख्या =

ब) 6 पेक्षा 2 ने लहान संख्या =

क) -5 पेक्षा 4 ने मोठी संख्या =

ड) -4 पेक्षा 2 ने लहान संख्या =

III) संख्यांमधील लहान-मोठेपणा ठरवा. $<$, $>$ यापैकी योग्य चिन्ह भरा.



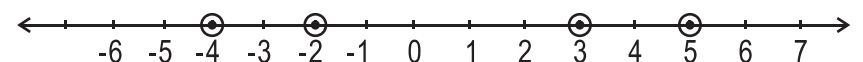
$$-4 \square 0$$

$$4 \square -1$$

$$-5 \square -1$$

$$2 \square 3$$

IV) चौकटीत योग्य संख्या भरा.



$$\square < \square < \square < \square$$

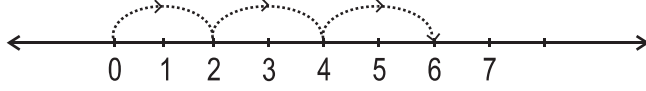
संख्यारेषा आणि गुणाकार

संख्यारेषेच्या साहाय्याने गुणाकार कसा करतात ते पाहू.

i) निलेशने दोन मित्रांना प्रत्येकी 3 आंबे दिले. तर त्याने एकूण किती आंबे दिले ?

$$2 \times 3 = ?$$

शून्य ते 2 हा भाग 3 वेळा संख्यारेषेवर दाखवूया.



$$\therefore 2 \times 3 = 6$$

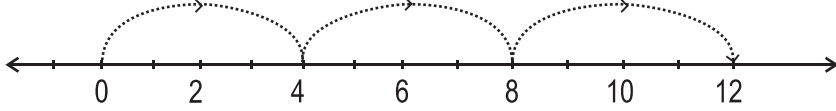
म्हणजे 2 ही संख्या 3 वेळा घेतली.

म्हणजेच निलेशने 6 आंबे दिले.

ii) पूजाने चौघांना प्रत्येकी 3 वड्या दिल्या. तर तिने एकूण किती वड्या दिल्या ?

आपण इथेही गुणाकार करूया.

$$4 \times 3 = ?$$

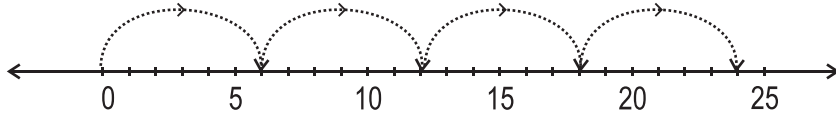


शून्य ते 4 हा भाग 3 वेळा घेतला म्हणजेच 12 वर खूण येते.

$$\therefore 4 \times 3 = 12$$

म्हणजे पूजाने 12 वड्या दिल्या.

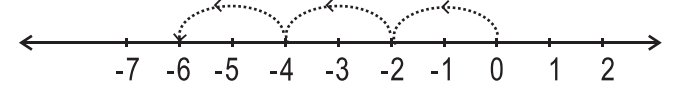
iii) $6 \times 4 =$



6 हे 4 वेळा घेतले तेव्हा 20 च्या पुढे 4 रेषा म्हणजे 24 वर खूण येते.

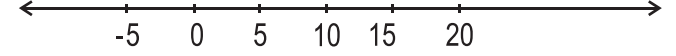
$$\therefore 6 \times 4 = 24$$

iv) मी तीन जणांचे प्रत्येकी 2 रु. देणे आहे. म्हणजे $3 \times (-2) =$



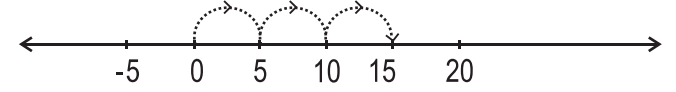
म्हणजे $3 \times (-2) = -6$ रु. देणे आहे.

v) $-5 \times (-3) =$



-5 हे -3 वेळा घ्यायचे आहेत.

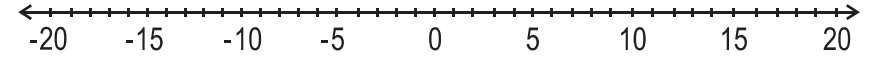
-5 सापेक्ष -3 म्हणजे -5 च्या विरुद्ध दिशेने 3 वेळा घ्यायचे आहेत.



$$\therefore -5 \times -3 = 15$$



सोडवा.



1) $6 \times 3 =$

2) $-2 \times 2 =$

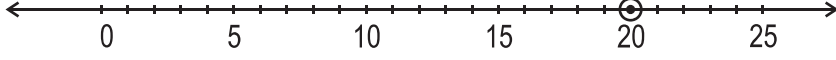
3) $3 \times 4 =$

4) $-2 \times (-3) =$

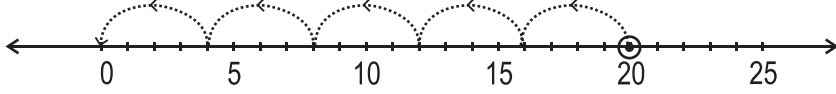
संख्यारेषा आणि भागाकार

i) $20 \div 4 =$

आपण 20 वर खूण करूया.



आता 20 ते शून्य पर्यंत 4 भाग करत गेल्यास किती भाग होतील ?



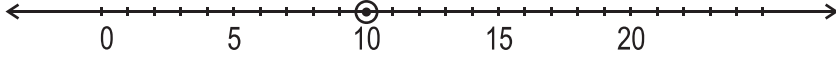
असे एकूण पाच भाग झाले.

$\therefore 20 \div 4 = 5$

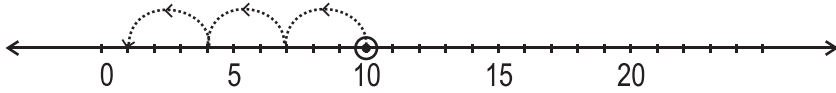
ii) ज्योतीला 10 चिकू तिघांमध्ये वाटायचे आहेत. ती कशी वाटणी करेल ?

$10 \div 3 =$

आपण 10 वर खूण करूया.



आता 10 ते शून्य पर्यंत 3 भाग करत गेल्यास किती भाग होतील ?



असे 3 भाग झाले व 1 खूण शिल्लक राहते.

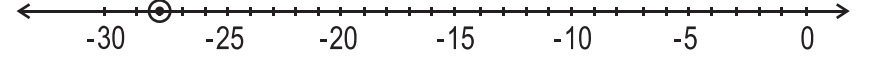
3 भाग झाले म्हणून, भागाकार 3 व 1 खूण शिल्लक राहते, म्हणून बाकी 1 आहे.

म्हणजे ज्योती प्रत्येकाला 3 चिकू देईल व 1 चिकू तिच्याकडे शिल्लक राहील.

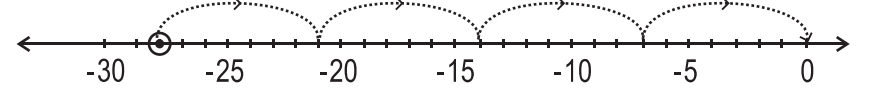
iii) रमा -28 रु. सात जणांचे देणं आहे. तर प्रत्येकास किती रु. देणं आहे ?

$-28 \div 7 = ?$

आपण 28 वर खूण करूया.



शून्यावर येण्यासाठी 7 घरे किती वेळा मागे यावे लागेल ?



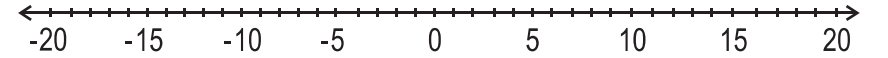
4 वेळा मागे यावे लागेल. $-28 \div 7 = -4$

प्रत्येकास -4 रु. देणं आहे.

नियम -

- 1) दोन धन संख्यांचा गुणाकार / भागाकार धन असतो.
- 2) एक धन व एक ऋण संख्यांचा गुणाकार / भागाकार ऋण असतो.
- 3) दोन ऋण संख्यांचा गुणाकार / भागाकार धन असतो.

सोडवा.



1) $-20 \div 4 =$

2) $10 \div 3 =$

3) $25 \div 5 =$

4) $18 \div 5 =$

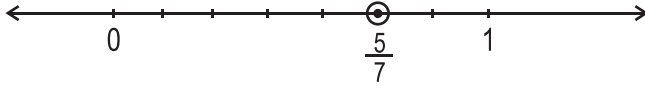
संख्यारेषा व अपूर्णाक

- 1) $\frac{5}{7}$ हा अपूर्णाक संख्यारेषेवर दाखवा.

$\frac{5}{7}$ याचा छेद 7 आहे. म्हणून 0 ते 1 यामध्ये 7 भाग करूया.



या अपूर्णाकाचा अंश 5 आहे. त्यामुळे 7 भागांपैकी 5 भाग घेऊया.



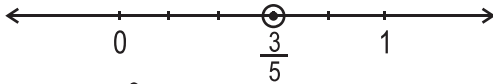
अशाप्रकारे $\frac{5}{7}$ हा अपूर्णाक संख्यारेषेवर दाखवितो.

- 2) $\frac{3}{5}$ हा अपूर्णाक संख्यारेषेवर दाखवा.

$\frac{3}{5}$ या अपूर्णाकाचा छेद 5 आहे. म्हणून 0 ते 1 यामध्ये 5 भाग करूया.



या अपूर्णाकाचा अंश 3 आहे. त्यामुळे 5 भागांपैकी 3 भाग घेऊया.

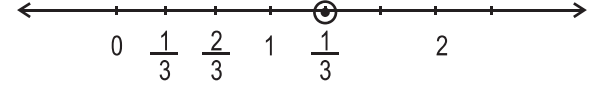
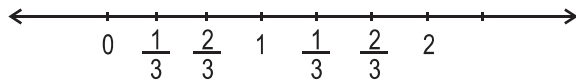


अशाप्रकारे $\frac{3}{5}$ हा अपूर्णाक संख्यारेषेवर दाखवितो.

- 3) $\frac{4}{3}$ हा अपूर्णाक संख्यारेषेवर दाखवा.

$\frac{4}{3}$ या अपूर्णाकाचा छेद 3 आहे. म्हणून 0 ते 1 यामध्ये 3 भाग करूया.

प्रत्येक भाग $\frac{1}{3}$ आहे. अंश 4 आहे. त्यामुळे शून्यापासून चौथ्या भागावर खूण करूया.



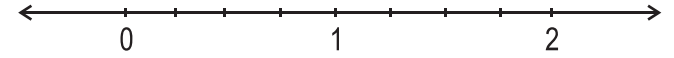
$\frac{4}{3}$ म्हणजे 1 पूर्ण व $\frac{1}{3}$ अपूर्ण भाग.

$$\frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$$

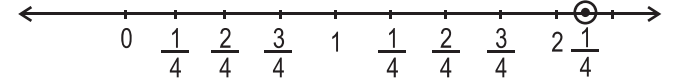
- 4) $\frac{9}{4}$ हा अपूर्णाक संख्यारेषेवर दाखवा.

$\frac{9}{4}$ या अपूर्णाकाचा छेद 4 आहे.

$\therefore$ 0 ते 1 मध्ये 4 भाग करूया. प्रत्येक भाग $\frac{1}{4}$ आहे.



या अपूर्णाकाचा अंश 9 आहे. त्यामुळे शून्यापासून 9 व्या भागावर खूण करूया.



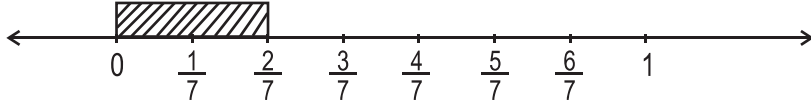
$\frac{9}{4}$ म्हणजे 2 पूर्ण व $\frac{1}{4}$ अपूर्ण भाग

$$\therefore \frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4}$$

1) संख्यारेषेवरील किती भाग रंगविलेला आहे ?



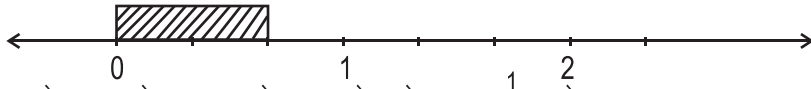
0 ते 1 मध्ये 7 भाग आहेत म्हणजे प्रत्येक भाग $\frac{1}{7}$ आहे.



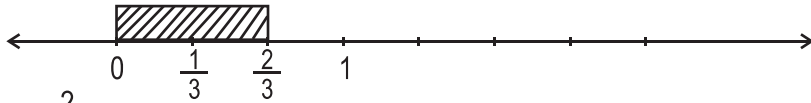
इथे $\frac{2}{7}$ एवढा भाग रंगविला आहे.

या 7 भागांपैकी कोणतेही 2 भाग घेऊ शकतो.

2) संख्यारेषेवरील किती भाग रंगविलेला आहे ?



0 ते 1 यामध्ये 3 भाग आहेत म्हणजे प्रत्येक भाग $\frac{1}{3}$ आहे.



$\therefore \frac{2}{3}$ एवढा भाग रंगविलेला आहे.

या तीन भागांपैकी कोणतेही 2 भाग घेऊ शकतो.

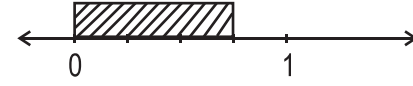
3)



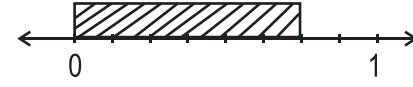
0 ते 1 यामध्ये 5 भाग आहेत म्हणजे प्रत्येक भाग $\frac{1}{5}$ आहे. असे 2 भाग रंगविले आहेत. म्हणून $\frac{2}{5}$ एवढा भाग रंगविला आहे.

सोडवा

i) संख्यारेषेवरील किती भाग रंगविलेला आहे हे लिहा.



उत्तर

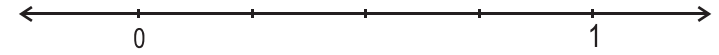


उत्तर



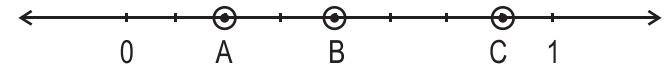
उत्तर

ii) संख्यारेषेवर पुढील भाग दाखवा.



$(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{1})$

iii) संख्यारेषेवरील खुणा कोणता अपूर्णाक दर्शवितात ?



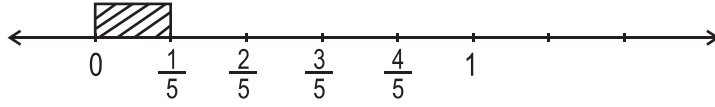
A =

B =

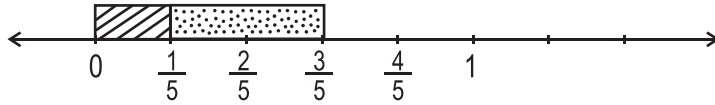
C =

छेद समान असताना अपूर्णाकांची बेरीज-वजाबाकी

1) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \boxed{}$



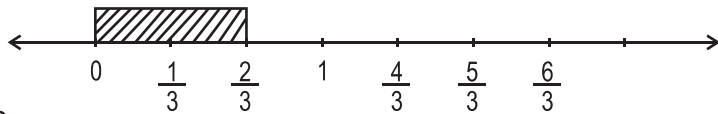
0 ते 1 मध्ये 5 भाग आहेत. $\frac{1}{5}$ म्हणजे एक भाग रंगवला.



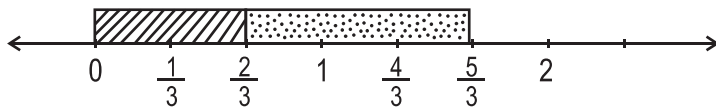
$\frac{2}{5}$ भाग मिळवायचा आहे म्हणून दोन घरे उजवीकडे जावे. म्हणजे 5 भागांपैकी 3 भाग रंगविले.

$\therefore \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \boxed{\frac{3}{5}}$

2). $\frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \boxed{}$



$\frac{2}{3}$ म्हणजे 2 भाग रंगविले. आता त्यात 3 भाग मिळवा किती उत्तर येईल ?
छेद समान असताना फक्त अंशाचा विचार केला जातो.

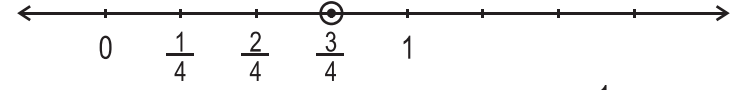


3 भाग मिळवायचे आहेत. म्हणून 3 घरे उजवीकडे जावे. $\frac{5}{3}$ या भागावर पोहोचलो.

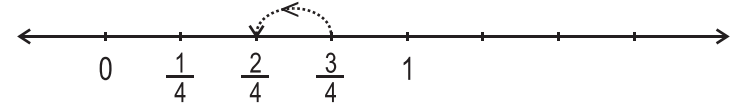
$\therefore \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \boxed{\frac{5}{3}}$

3) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \boxed{}$

$\frac{3}{4}$ वर खूण करूया.



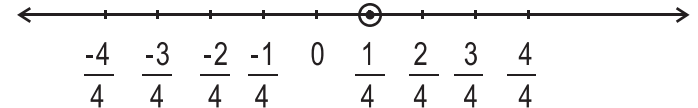
छेद समान असताना फक्त अंशाचा विचार केला जातो. $\frac{1}{4}$ वजा करायचे आहेत म्हणून 1 घर डावीकडे सरकूया. म्हणजे आपण $\frac{2}{4}$ वर पोहोचलो.



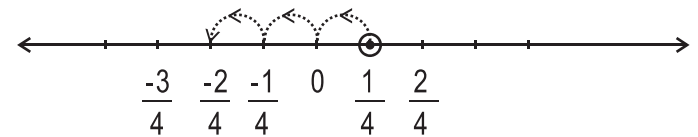
$\therefore \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{2}{4}}$

4) $\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \boxed{}$

$\frac{1}{4}$ वर खूण करूया.



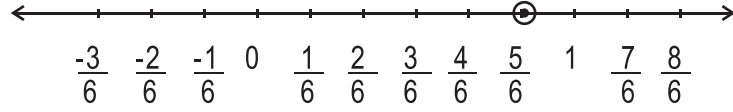
छेद समान असताना फक्त अंशाचा विचार केला जातो. $\frac{3}{4}$ वजा करायचे आहेत म्हणून 3 घरे डावीकडे सरकूया.



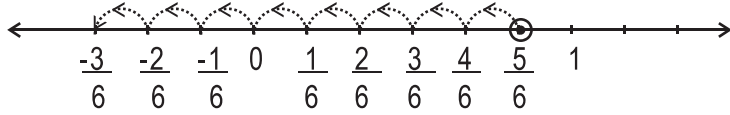
$\therefore \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \boxed{\frac{-2}{4}}$

5) $\frac{5}{6} - \frac{8}{6} = \boxed{}$

$\frac{5}{6}$ वर खूण करुया.



$\frac{8}{6}$ वजा करायचे आहेत. म्हणून 8 घरे डावीकडे सरकूया.

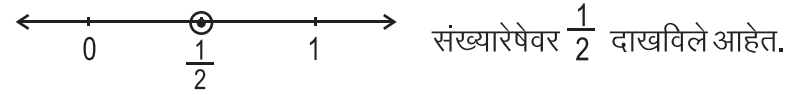
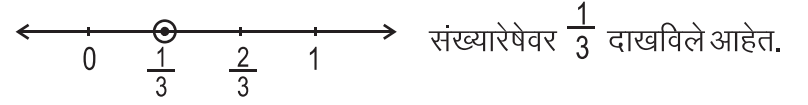


$\therefore \frac{5}{6} - \frac{8}{6} = \boxed{\frac{-3}{6}}$

• • •

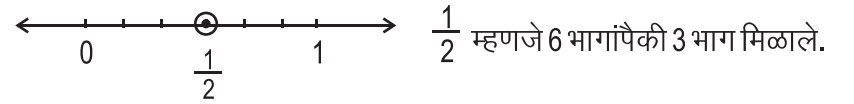
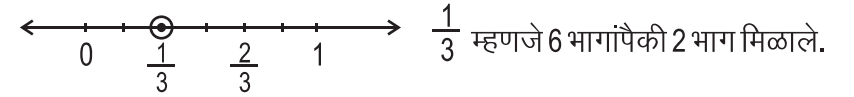
छेद असमान असताना अपूर्णाकाची बेरीज व वजाबाकी

1) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \boxed{}$



3 व 2 यांचा ल.सा.वि. 6 आहे.

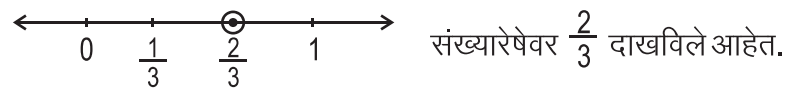
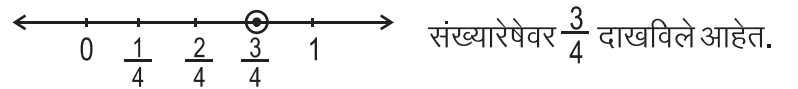
या संख्यारेषेचे 6 समान भाग करुया.



6 भागांपैकी एकूण $2 + 3 = 5$ भाग मिळाले.

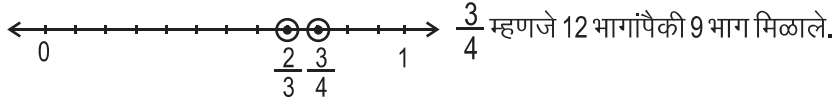
$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$

2) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \boxed{}$



4 व 3 यांचा ल.सा.वि. 12 आहे.

या संख्यारेषेचे 12 समान भाग करुया.



$\frac{2}{3}$ म्हणजे 12 भागांपैकी 8 भाग मिळाले

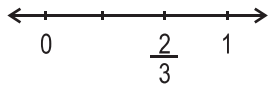
$\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ म्हणजे 12 भागांपैकी $9 - 8 = 1$ भाग

$$\therefore \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

3) $1 - \frac{2}{3}$



संख्यारेषेवर 1 दाखविला आहे.

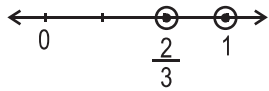


संख्यारेषेवर $\frac{2}{3}$ दाखविले आहेत.

$1 - \frac{2}{3}$ येथे 1 चा छेद 1 आहे.

$\frac{1}{1} - \frac{2}{3}$ या अपूर्णाकात 1 व 3 यांचा ल.सा.वि. 3 आहे.

या संख्यारेषेचे 3 समान भाग करुया.



1 म्हणजे 3 भागांपैकी 3 भाग.

$\frac{2}{3}$ म्हणजे 3 भागांपैकी 2 भाग.

$1 - \frac{2}{3}$ म्हणजे 3 भागांपैकी $3 - 2 = 1$ भाग.

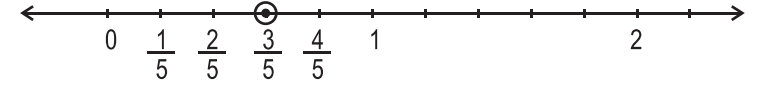
$$\therefore 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

• • •
20

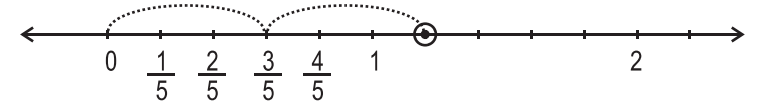
संख्यारेषा व अपूर्णाक (गुणाकार)

1) $\frac{3}{5} \times 2$

$\frac{3}{5}$ म्हणजे छेद 5 असल्याने 0 ते 1 यांमध्ये 5 खुणा कराव्यात व अंश 3 असल्याने शून्यापासून तिसऱ्या रेषेवर खूण करावी म्हणजे $\frac{3}{5}$ अपूर्णाक मिळेल.



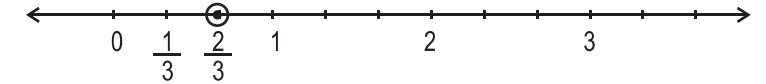
$\frac{3}{5}$ या अपूर्णाकाला 2 ने गुणायचे आहे. त्यामुळे 0 ते $\frac{3}{5}$ हा भाग दोन वेळा घेतला. त्यामुळे 6 व्या रेषेवर खूण केली. प्रत्येक दोन पूर्णाकात 5 खुणा आहेत. त्यामुळे छेद 5 येणार.



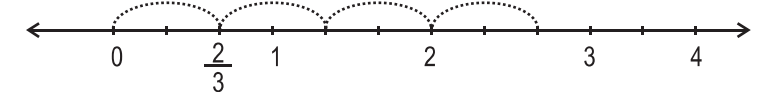
$$\therefore \frac{3}{5} \times 2 = \frac{6}{5}$$

2) $\frac{2}{3} \times 4$

$\frac{2}{3}$ म्हणजे छेद 3 असल्याने 0 ते 1 यांमध्ये 3 खुणा कराव्यात व अंश 2 असल्याने शून्यापासून दुसऱ्या रेषेवर खूण करावी म्हणजे $\frac{2}{3}$ अपूर्णाक मिळेल.



$\frac{2}{3}$ या अपूर्णाकाला 4 ने गुणायचे आहे. त्यामुळे 0 ते $\frac{2}{3}$ हा भाग 4 वेळा घेतला.



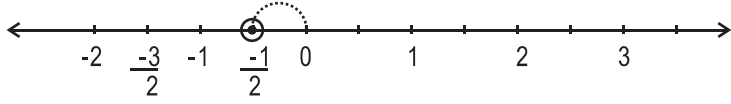
त्यामुळे 8 व्या रेषेवर खूण केली. प्रत्येक दोन पूर्णाकामध्ये 3 खुणा आहेत. म्हणून छेद 3 येणार.

$$\therefore \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$$

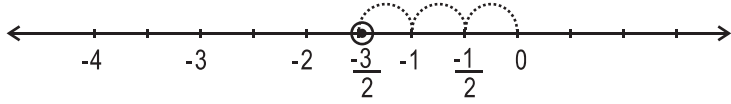
3) $\frac{(-1)}{2} \times 3$

अपूर्णांक ऋण असल्याने संख्यारेषेच्या डावीकडील खुणा घेतल्या.

0 ते $(-\frac{1}{2})$ हा भाग तीन वेळा घेतला.



शून्यापासून डावीकडे तिसरी खूण म्हणजे -3 व प्रत्येकी दोन संख्यांमध्ये 2 खुणा असल्याने छेद 2 येणार.

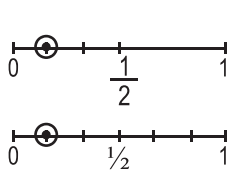


$\therefore -\frac{1}{2} \times 3 = -\frac{3}{2}$

4) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}$ म्हणजे संख्यारेषेवर 0 ते $\frac{1}{2}$ अशाप्रकारे दाखवू.

आता या $\frac{1}{2}$ चे 3 भाग करायचे आहेत.



0 ते $\frac{1}{2}$ या भागाचे 3 भाग करून त्यातील एक भाग घेऊया. आता उरलेल्या म्हणजेच $\frac{1}{2}$ ते 1 या भागाचे सुध्दा 3 भाग करूया.

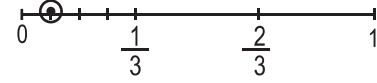
म्हणजे 0 ते 1 यामध्ये आपल्याला 6 भाग मिळतात. परंतु 6 भागांपैकी एकच भाग घेतला आहे. म्हणजे $\frac{1}{6}$ भाग घेतला.

$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

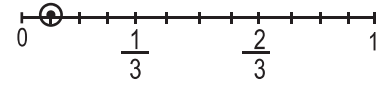
5) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$

$\frac{1}{3}$ संख्यारेषेवर 0 ते $\frac{1}{3}$ अशाप्रकारे दाखवली.

$\frac{1}{3}$ या भागाचे $\frac{1}{4}$ भाग करायचे आहेत. म्हणजे 4 भाग करून त्यातील एक भाग घेऊया.



आता उरलेल्या दोन भागांचे सुध्दा प्रत्येकी 4 भाग करूया.



म्हणजे 0 ते 1 यामध्ये 12 भाग मिळाले. परंतु 12 भागांपैकी 1 भाग घेतला आहे. म्हणजे $\frac{1}{12}$ भाग घेतला.

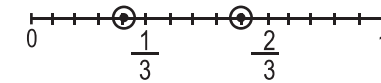
$\therefore \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

6) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

$\frac{2}{3}$ म्हणजे संख्यारेषेवर 0 ते $\frac{2}{3}$ अशाप्रकारे दाखवू.

$\frac{2}{3}$ म्हणजेच $\frac{1}{3}$ भाग 2 वेळा आहेत.

या प्रत्येक भागाचे 5 भाग करूया.

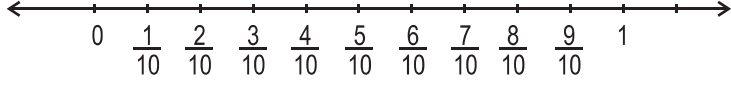


0 ते $\frac{1}{3}$ या भागाचे 5 भाग करून त्यातील 4 भाग घेतले व $\frac{1}{3}$ ते $\frac{2}{3}$ भागाचे 5 भाग करून त्यातील 4 भाग घेतले. म्हणजे एकूण 8 भाग घेतले. परंतु 0 ते 1 यामध्ये एकूण 15 भाग आहेत, त्यामुळे छेद 15 आहे.

$\therefore \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$

संख्यारेषा व दशांश अपूर्णांक (बेरीज व वजाबाकी)

संख्यारेषेवर दशांश अपूर्णांक दाखविताना दोन पूर्णांक संख्यांदरम्यान 10 खुणा कराव्यात.

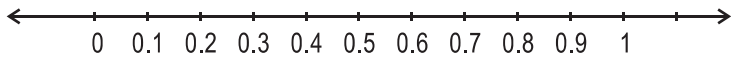


प्रत्येक भाग हा $\frac{1}{10}$ आहे. $\frac{1}{10}$ हे दशांश अपूर्णाकात कसे लिहिणार ?

$$\begin{array}{r} 0.1 \\ 10 \overline{) 1} \\ \underline{- 0} \\ 10 \\ \underline{- 10} \\ 00 \end{array} \quad \frac{1}{10} = \boxed{0.1}$$

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 10 \overline{) 2} \\ \underline{- 0} \\ 20 \\ \underline{- 20} \\ 00 \end{array} \quad \text{तसेच } \frac{2}{10} = \boxed{0.2}$$

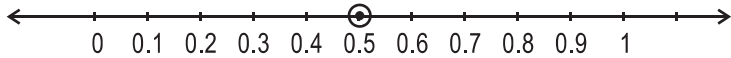
अशाप्रकारे संख्यारेषेवर दशांश अपूर्णाकांची मांडणी करूया.



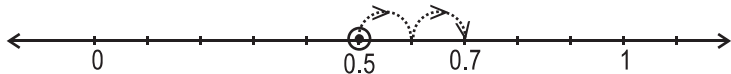
संख्यारेषेचा वापर करून दशांश - अपूर्णाकांची बेरीज कशी करतात ?

1) $0.5 + 0.2 = \boxed{}$

0.5 हा दशांश अपूर्णांक दाखविण्यासाठी 5 व्या रेषेवर खूण करूया.



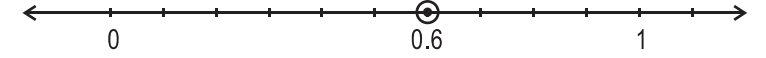
(0.5+0.2) म्हणजे 2 घरे उजवीकडे जावे.



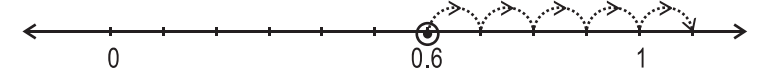
$$0.5 + 0.2 = 0.7$$

2) $0.6 + 0.5 = \boxed{}$

संख्यारेषेवर 0.6 दाखविण्यासाठी 6 व्या रेषेवर खूण करूया.



(0.6 + 0.5) ही बेरीज करण्यासाठी 5 घरे उजवीकडे जावूया.

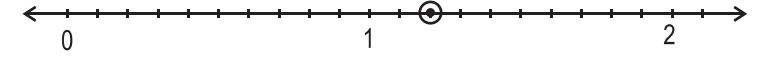


आपण 1 च्या पुढे पहिल्या रेषेवर पोहोचलो म्हणजेच 1.1 वर आपण पोहोचलो.

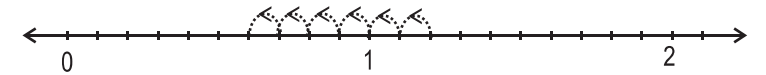
$$0.6 + 0.5 = 1.1$$

3) $1.2 - 0.6 = \boxed{}$

संख्यारेषेवर 1.2 दाखविण्यासाठी 1 च्या पुढील 2 भाग घ्यावे.



(1.2 - 0.6) ही वजाबाकी करण्यासाठी 6 घरे डावीकडे सरकूया.



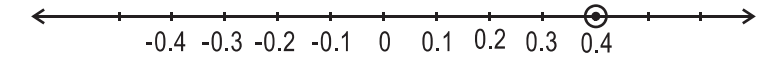
म्हणजे आपण शून्यापासून 6 व्या रेषेवर पोहोचलो.

म्हणजेच 0.6 वर आपण पोहोचतो.

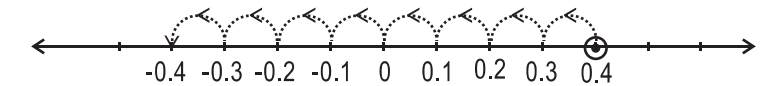
$$1.2 - 0.6 = 0.6$$

4) $0.4 - 0.8 = \boxed{}$

संख्यारेषेवर 0.4 वर खूण करूया.



आता 0.8 वजा करायचे आहेत. वजा करण्यासाठी 8 घरे डावीकडे सरकूया.



शून्याच्या डावीकडील 4 घरे म्हणजेच (-0.4) वर आपण पोहोचतो.

$$0.4 - 0.8 = -0.4$$

5) $1 - 0.2 = \square$

संख्यारेषेवर 1 वर खूण करुया.



$(1 - 0.2)$ म्हणजे 2 घरे डावीकडे जावे.

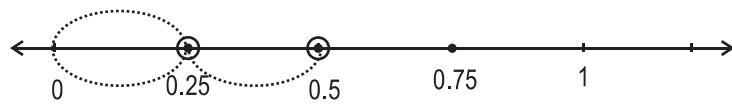


शून्यापासून 8 घरे म्हणजे 0.8 वर आपण पोहोचतो.

$1 - 0.2 = 0.8$

6) $0.25 + 0.5 = \square$

संख्यारेषेवर 0.25 व 0.5 दाखवूया.

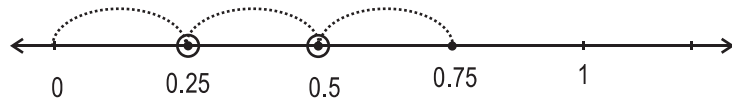


0.25 म्हणजे एकच्या 4 समान भागांपैकी 1 भाग

0.50 म्हणजे एकच्या 4 समान भागांपैकी 2 भाग

म्हणजे एकूण 3 भाग आहेत.

आता शून्यापासून 3 भाग मोजायला सुरुवात करुया.

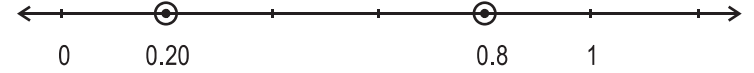


म्हणजे आपण 0.75 वर पोहोचलो.

$\therefore 0.25 + 0.5 = \boxed{0.75}$

7) $0.20 + 0.8 = \square$

संख्यारेषेवर 0.20 व 0.8 दाखवूया.

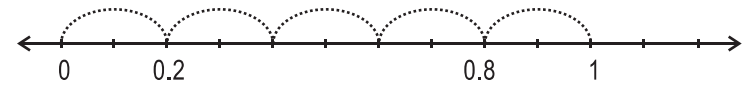


0.20 म्हणजेच 0.2, पाच समान भागांपैकी 1 भाग.

0.8 म्हणजेच पाच समान भागांपैकी 4 भाग.

म्हणजे एकूण 5 भाग आहेत.

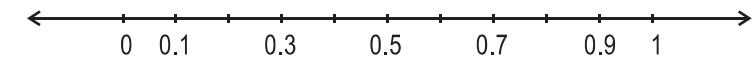
आता शून्यापासून 5 भाग मोजायला सुरुवात करुया.



म्हणजे आपण 1 वर पोहोचलो.

$\therefore 0.20 + 0.8 = \boxed{1}$

सोडवा



1) $0.15 + 0.40 = \square$

2) $0.75 + 0.1 = \square$

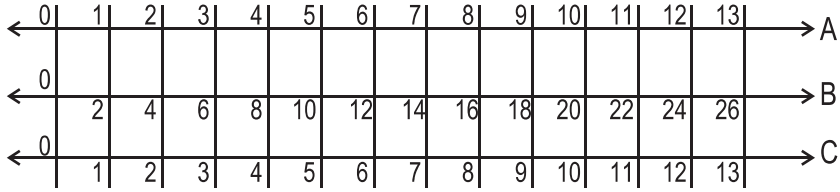
3) $1 - 0.3 = \square$

4) $0.5 - 0.9 = \square$

5) $0.45 - 1 = \square$

संख्यारेषांच्या साहाय्याने सोपी आकडेमोड

सारख्याच अंतरावर असणाऱ्या 3 समांतर रेषा कागदावर काढा. त्यासाठी वहीतील समांतर रेषा अतिशय उपयुक्त आहेत.



रेषा A, रेषा B व रेषा C या तीन समांतर रेषा आहेत. रेषा A व रेषा C वर सारख्या अंतरावर धन दिशेने पूर्णांक घेतले आहेत. म्हणजे त्यांचे प्रमाण सारखे आहे. A व C च्या मध्याशी असणाऱ्या B रेषेवर मात्र हे प्रमाण दुप्पट आहे, म्हणजे रेषा A व रेषा C वर जिथे 1 आहे त्याच अंतरावर रेषा B वर 2 आहेत.

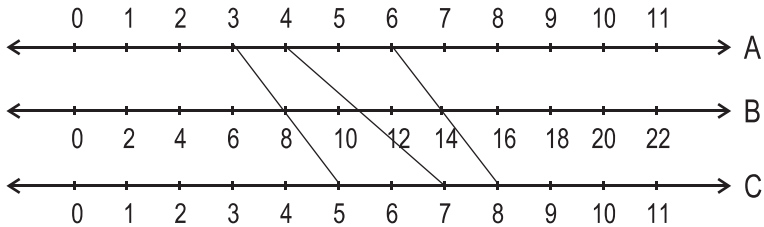
याप्रकारे मांडलेल्या संख्यारेषांच्या साहाय्याने सोपी बेरीज करता येते.

आपण सोप्या बेरजा करूया.

1) $3 + 5$, 2) $4 + 7$, 3) $6 + 8$

या बेरजा करण्यासाठी पहिली संख्या 3 रेषा A वर निवडा व दुसरी संख्या 5 रेषा C वर निवडा. रेषा A वरील निवडलेला बिंदू व रेषा C वरील निवडलेला बिंदू सांधल्यास ती रेषा, रेषा B वर ज्या बिंदूत छेदते. ते आपले उत्तर.

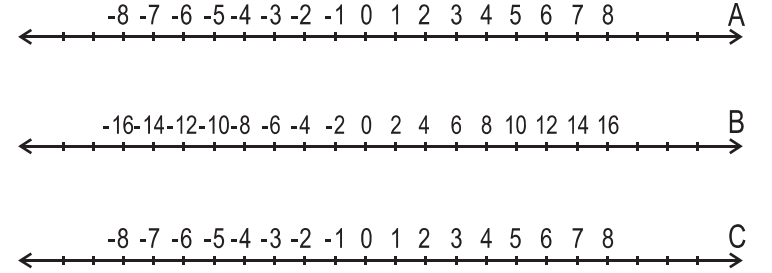
याचप्रमाणे 2) $4 + 7$, 3) $6 + 8$ ही उदाहरणेही सोडवून दाखविली आहेत.



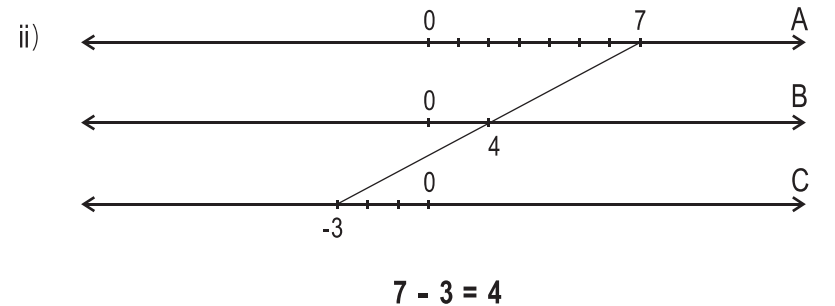
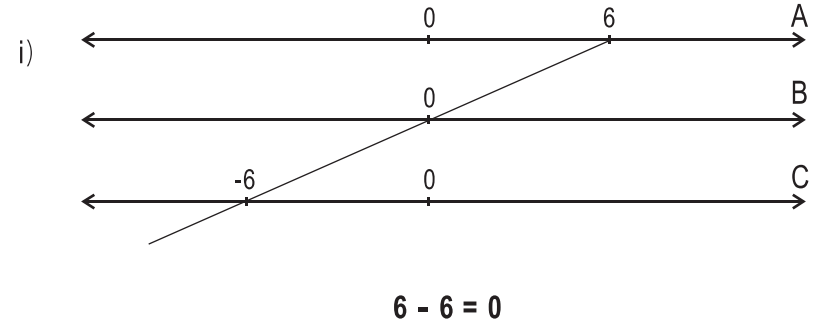
• • •

संख्यारेषांच्या साहाय्याने वजाबाकी

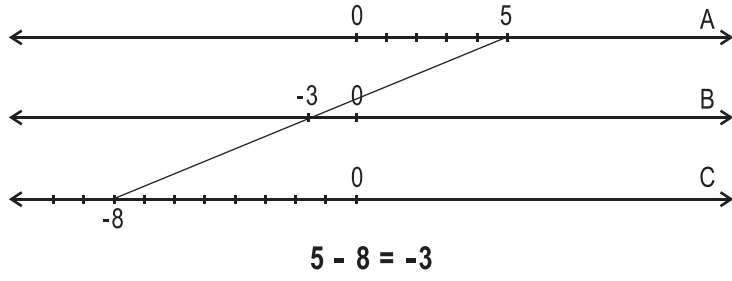
यासाठी आपल्याला 0 च्या दोन्ही बाजूंनी म्हणजे धन संख्या असणारी तसेच ऋण संख्या असणारी संख्यारेषा घ्यावी लागेल.



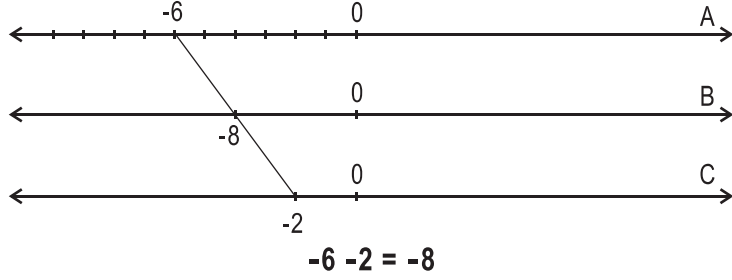
अशा संख्यारेषांवर 1) $6 - 6$; 2) $7 - 3$; 3) $5 - 8$; 4) $-6 - 2$; 5) $-7 - 7$ यांचा अनुभव घेऊया.



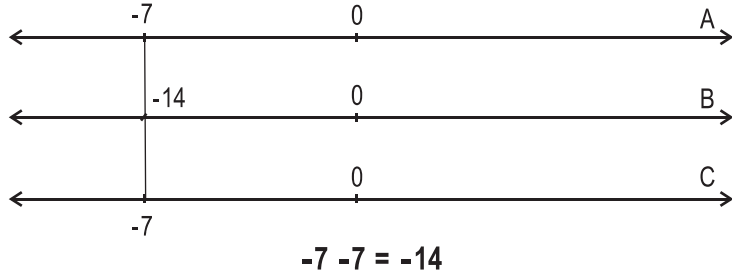
iii)



iv)

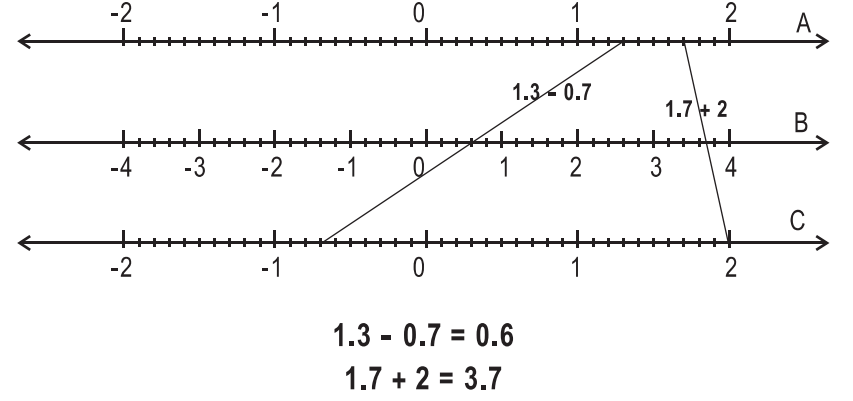


v)



सोबत संख्यारेषांचे 5 संच दिले आहेत. त्या संचावर आपल्याला हव्या त्या धन व ऋण संख्या घेऊन सराव करा. प्रत्यक्ष रेषा काढण्याऐवजी रेषा A व रेषा C वरील 2 बिंदूंद्वारे दोरा ताणून धरल्यासही रेषा B वर उत्तर मिळेल.

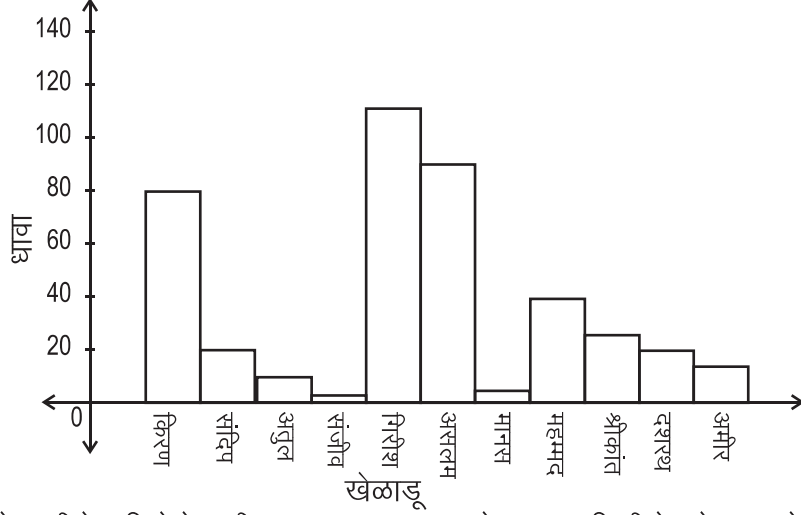
याच प्रकारच्या संख्यारेषेवर आपण दशांश अपूर्णाकांचीही बेरीज किंवा वजाबाकी करू शकतो.



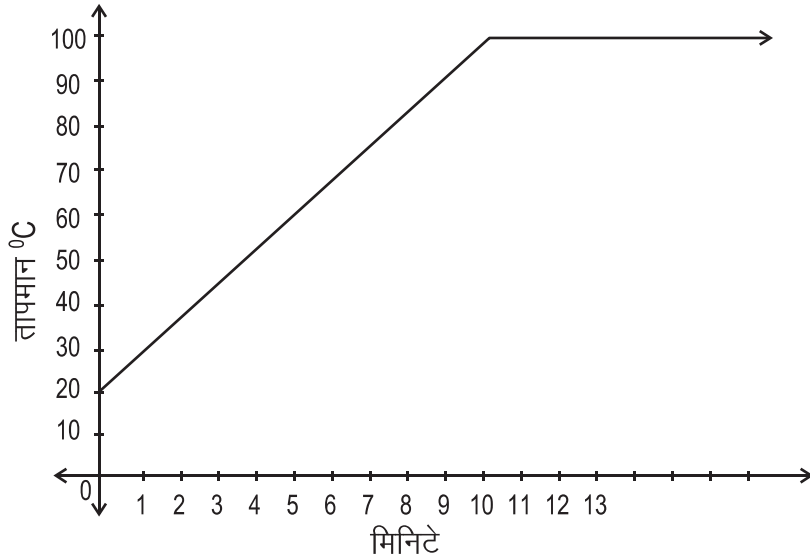
आलेख

आपण काढतो तो स्तंभालेखही संख्यारेषाच आहे.

सोबतच्या स्तंभालेखात क्रिकेटच्या सामन्यात 11 खेळाडूंनी काढलेल्या धावा दाखविल्या आहेत. यातील प्रत्येक स्तंभ एक संख्यारेषा आहे.



सोबतची रेषा दिलेले पाणी तापवत असताना त्याचे तापमान किती वेगाने वाढत गेले हे दाखवते.



सावलीची संख्यारेषा

जमिनीवर एक काठी उभी रोवली. त्या काठीच्या सावलीचा सूर्योदयापासून सूर्यास्तापर्यंत मागोवा घेतल्यास गंमतीची संख्यारेषा मिळते.

सकाळी पूर्वेला सूर्य उगवताना लांबच-लांब सावली पडते. नंतर ती वेगाने लहान होत जाते. हळू-हळू सावलीची लांबी लहान होण्याचा दर कमी होतो. (सूर्य अगदीच डोक्यावर असेल तर सावली बरोबर काठीच्या पायाशी पडते. अशी स्थिती उष्ण कटीबंधात एखाद्या ठिकाणी फक्त दोनदा येते. कर्कवृत्त व मकरवृत्तावर फक्त एकदाच येते. पृथ्वीवर इतर ठिकाणी काठीची सावली बरोबर पायाशी कधीच पडत नाही.)

एका स्थितीनंतर (सर्वात लहान लांबीची सावली ही त्या ठिकाणच्या रेखावृत्तावर पडते. स्थानिक रेखावृत्त शोधायला म्हणूनच लहानात लहान सावली मिळवितात.) ही सावलीची लांबी वाढू लागते. हळूहळू हा लांबी वाढण्याचा वेग वाढू लागतो.

[illegible]